

ON SOME IDENTITIES IN TERNARY QUASIGROUPS

*Dina CEBAN**State University of Moldova*

Identities of length 5, with two variables in binary quasigroups are called minimal identities. V.Belousov and, independently, F. Bennett showed that, up to the parastrophic equivalence, there are seven minimal identities. The existence of paratopies of orthogonal systems, consisting of two binary quasigroups and the binary selectors, implies three minimal identities (of seven). The existence of paratopies of orthogonal system, consisting of three ternary quasigroups and the ternary selectors, gives 67 identities. In the present article these identities are listed and it is proved that each of 67 identities is equivalent to one of the following four identities: ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, {}^{\gamma}A, {}^{\delta}A) = E_1$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, {}^{\gamma}A, E_1) = E_2$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, E_1, E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A, E_1, E_3)$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, E_1, E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A, E_1, E_2)$, where A is a ternary quasigroup and $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in S_4$. A necessary condition when a tuple $\theta = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ consisting of n -ary quasigroups, defined on a set Q , is a paratopy of the orthogonal system $\Sigma = \{A_1, A_2, \dots, A_n, E_1, E_2, \dots, E_n\}$ is given.

Keywords: *minimal identity, n-ary quasigroup, paratopy, orthogonal system of quasigroups.*

ASUPRA UNOR IDENTITĂȚI ÎN CVASIGRUPURI TERNARE

Identități minimale în cvasigrupuri binare se numesc identitățile de lungime 5, cu două variabile. V.Belousov și, independent, F.Bennett au demonstrat că, abstractie făcând de relația de echivalență parastrofică, există șapte identități minimale. Paratopiile sistemelor ortogonale formate din două cvasigrupuri binare și cei doi selectori binari implică apariția a trei identități minimale (din șapte). În caz ternar, paratopiile sistemelor ortogonale din trei cvasigrupuri ternare și cei trei selectori ternari conduc la apariția a 67 de identități. În articol este prezentată lista acestor identități și se demonstrează că oricare dintre aceste 67 de identități este echivalentă cu una din următoarele patru identități: ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, {}^{\gamma}A, {}^{\delta}A) = E_1$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, {}^{\gamma}A, E_1) = E_2$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, E_1, E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A, E_1, E_3)$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A, E_1, E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A, E_1, E_2)$, unde A este un cvasigrup ternar și $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in S_4$. De asemenea, este dată o condiție necesară ca o uplă $\theta = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ formată din cvasigrupuri n -are, definite pe o mulțime Q , să fie o paratopie a sistemului ortogonal $\Sigma = \{A_1, A_2, \dots, A_n, E_1, E_2, \dots, E_n\}$.

Cuvinte-cheie: *identitate minimală, cvasigrup n-ar, paratopie, sistem ortogonal de cvasigrupuri.*

Prezentat la 06.07.2016

Publicat: august 2016